# Etude numérique du transfert thermique métal–fluide dans un conduit rectangulaire en régime instationnaire

# S. ABBOUDI et F. PAPINI

I.U.S.T.I., Systèmes Energétiques et Transferts Thermiques (URA CNRS 1168), Université de Provence. Centre Saint Jérôme, 13397 Marseille Cedex 13, France

### (Reçu le 16 mars 1989 et sous forme finale le 25 octobre 1989)

Résumé—On résout numériquement, par une méthode aux différences finies, le profil de température dans un canal à plaques parallèles pour une largeur unité, traversé par un fluide en convection forcée, incompressible, en régime d'écoulement laminaire ou turbulent. Les différents modes de transferts thermiques sont pris en compte ainsi qu'une condition de flux imposée, dépendante du temps, sur la partie supérieure : dans le conduit, le couplage entre le problème conductif de parois et conductif–convectif du fluide est réalisé au niveau des interfaces. Le coefficient de transfert paroi-fluide est déterminé, à tout instant, dans la région d'établissement thermique, à partir d'une équation de bilan thermique établie sur la face soumise à cette condition de flux. Les résultats sont comparés à ceux obtenus à partir d'un modèle simplifié MS "dit quasi-statique" et validés expérimentalement à l'aide de mesures faisant intervenir un dispositif de thermographie infrarouge.

# 1. INTRODUCTION

Les ÉTUDEs concernant les transferts de chaleur entre une paroi et un écoulement fluide sont nombreuses et, la plupart, relatives aux cas stationnaires [1]; pour ce qui concerne le régime instationnaire, certains travaux ont été effectués il y a déjà quelques années [2-9], mais ce n'est que depuis peu que l'on constate un effort particulier [10-31] dans ce domaine; ces travaux ont pour but l'amélioration de la connaissance des échanges se présentant lors d'applications industrielles diverses comme, le démarrage d'une centrale thermique, le fonctionnement d'une chaudière solaire sous concentration, le stockage inertiel d'énergie ou les échangeurs. Dans la plupart de ces applications, il s'agit d'écoulements fluides en convection forcée dans des conduits de géométries variées. De tels problèmes peuvent être classées en fonction des conditions de paroi et d'entrée du fluide. Cet aspect nous a conduit à différencier les catégories de travaux suivantes :

-Les conditions de paroi sont transitoires.

-La température d'entrée du fluide dépend du temps.

-Les écoulement sont pulsés.

# 1.1. Régime laminaire

En ce qui concerne le premier point, pour lequel la majorité des études ont été effectuées, on peut encore, comme en régime permanent [1], mettre en évidence plusieurs types de conditions aux parois du conduit; on peut ainsi citer:

-Les travaux de Rizika [2, 3] sur le régime tran-

sitoire d'un fluide en écoulement insolé ou soumis à une distribution exponentielle de la température.

-Les travaux de Dusinberre, Clark. Arpaci et Treadwell [4-7] sur la réponse, en régime dynamique, d'un échangeur dissipant, dans l'épaisseur de paroi, une puissance variable dans le temps. Ainsi, Dusinberre a utilisé une méthode explicite aux différences finies, alors qu'une analyse expérimentale et théorique a été proposée par Clark. Arpaci et Treadwell.

Dans toutes ces investigations, la température et la vitesse du fluide sont considérées uniformes le long d'une section du conduit et, pour faciliter l'analyse, le coefficient de transfert métal-fluide est supposé connu et pris constant.

-Les travaux de Siegel, Perlmuter et Sparrow [8-11] ont été consacrés surtout à la réponse à un échelon de flux ou de température agissant sur la paroi du conduit, l'écoulement étant laminaire et le terme de conduction axiale négligé dans l'équation d'énergie. L'originalité de ces travaux tient au fait que la condition d'interface métal-fluide est traitée en introduisant la continuité des températures et des flux (condition dite du 4ème type).

—Pour le deuxième type de problème, les conditions transitoires proviennent d'une modification au cours du temps de la température d'entrée du fluide. Dans ce cas, les variations spatiales et temporelles des conditions thermiques de paroi sont, à priori, inconnues. Elles sont déterminées par la dynamique de l'interaction entre le métal et le fluide. On peut retenir les travaux de Schmidt et Szego [12]; ils ont analysé la réponse à un échelon de température d'entrée On caractérisera l'élément de volume du fluide par le produit  $\Delta y \cdot e_f \cdot 1$  et l'élément de surface par  $\Delta y \cdot 1$ .

- *a*<sub>f</sub> diffusivité thermique du fluide
- $a_i$  diffusivité thermique de l'isolant
- $a_{\rm m}$  diffusivité thermique du métal
- $D_{\rm h}$  diamètre hydraulique du canal
- E(y, t) flux incident dépendant de la position sur le canal et du temps
- $E_{\rm f}$  variation de l'énergie interne du fluide,  $MC \ \partial T / \partial t$
- $E_t$  puissance transférée au fluide en provenance de la paroi,  $H(y, t)[T_m - T_f]$ , rapportée à l'unité de surface du canal
- $E_v$  puissance évacuée par le fluide à une position y donnée,  $MC V_m \Delta T / \Delta y$
- $e_{\rm f}$  épaisseur du fluide
- *e*<sub>i</sub> épaisseur de l'isolant
- $e_{\rm m}$  épaisseur des plaques métalliques
- H(y, t) coefficient de transfert "métal-fluide"
- *H*<sub>c</sub> coefficient de transfert par convection (plaque supérieure–environnement)
- MC produit de la masse, pour une longueur  $\Delta y$ , par la capacité calorifique du fluide  $M_iC_i$  produit de la masse, pour une longueur
- $\Delta y$ , par la capacité calorifique de l'isolant
- $M_{\rm m}C_{\rm m}$  produit de la masse, pour une longueur  $\Delta y$ , par la capacité calorifique du métal
- M'C débit massique, rapporté à une section d'épaisseur  $e_f$  et de largeur unité
- Nu nombre de Nusselt

- *Pe* nombre de Peclet
- Pr nombre de Prandtl
- *Re* nombre de Reynolds
- T<sub>a</sub> température ambiante
- $T_e(x)$  profil de température dans le fluide, à l'entrée du canal
- $T_{\rm E}$  température de l'environnement
- $T_{\rm f}$  température moyenne du fluide
- *T<sub>i</sub>* température affectée à l'isolant
- $T_{m1}$  température affectée à la plaque supérieure
- $T_{m2}$  température affectée à la plaque inférieure
- $T_0$  température initiale
- V(x) profil de vitesse
- $V_{\rm m}$  vitesse moyenne
- x, y directions perpendiculaire et parallèle à l'écoulement.
- Symboles grecs
  - $\alpha$  coefficient d'absorption pour l'étendue spectrale correspondant à E(t)
  - $\alpha_{\rm E}$  coefficient d'absorption pour le spectre du corps noir à la température  $T_{\rm E}$
  - $\Delta t$  pas de temps
  - $\Delta y$  pas d'espace
  - $\varepsilon_1$  coefficient d'émission (on a posé  $\alpha_E = \varepsilon_1$ )
  - $\varepsilon_{h}(x)$  diffusivité thermique turbulente du fluide
  - $\dot{\lambda}_{\rm f}$  conductivité thermique du fluide
  - $\lambda_i$  conductivité thermique de l'isolant
  - $\lambda_m$  conductivité thermique des plaques
  - $\sigma$  constante de Stefan–Boltzmann
  - $\omega$  pulsation.

d'un module de stockage à plaques; ceux de Kardas, Fourcher, Acker et Saint-Blanquet [13–15] concernent la réponse, en régime périodique, d'un élément de stockage.

--Récemment Kakaç et Yener [16] ont proposé une solution analytique exacte de la convection forcée pour une température d'entrée variable avec une condition aux limites dépendant de l'espace. Les résultats ont été confirmés expérimentalement par la réponse fréquentielle; cependant, l'application dans certaines situations pratiques paraît difficile.

-Enfin, dans la troisième catégorie, le régime transitoire est déclenché par une variation dans le temps du débit ou du gradient de pression (écoulements pulsés). On peut évoquer les travaux de Perlmuter et Siegel [17, 18]; ils analysent le régime transitoire d'un écoulement laminaire, entièrement développé entre deux plaques parallèles, pour un échelon à la fois du gradient de pression et de la température de paroi ou du flux agissant sur la paroi. Enfin, Lin, Hawks et Leidenfrost [19] ont traité numériquement la réponse à une variation de pression; la conduction axiale dans le fluide est prise en compte et le profil de vitesse est supposé connu.

# 1.2. Régime turbulent

Comme pour le régime laminaire, on considère les trois possibilités concernant l'origine du régime instationnaire.

Dans la catégorie de problèmes où le régime transitoire est déclenché à partir des conditions de parois, nous pouvons distinguer:

—Sparrow, Siegel et Hallman [20, 21] ont proposé une analyse du problème de transfert de chaleur instationnaire pour un écoulement turbulent dans un tube circulaire. L'écoulement est stationnaire et complètement établi. Le régime transitoire est provoqué par une variation brusque de la température de paroi. Les hypothèses classiques concernant le fluide sont prises en compte. Au cours de ce travail, les auteurs déterminent les variations du nombre de Nusselt le long de la conduite et proposent une solution analytique dépendant du temps pour la température et le transfert de chaleur. Ces résultats sont généralisés par une technique de superposition dans le cas d'une variation arbitraire dans le temps (variation linéaire). Une comparaison de ces résultats avec un modèle tenant compte d'un coefficient de transfert constant est également présentée.

--Gärtner [22] analyse le même type de problème dans le cas d'une géométrie sous forme de conduits annulaires. Le régime transitoire est provoqué par une variation du flux de chaleur appliqué sur les parois suivant une loi arbitraire. L'équation d'énergie est résolue par la méthode de superposition et de séparation de variables, en utilisant une technique de transformée intégrale finie. Une expression donnant le coefficient de transfert de chaleur en fonction du temps et de l'espace est présentée et ensuite appliquée dans le cas où le flux de chaleur varie de manière exponentielle avec le temps.

On peut aussi déclencher le régime dynamique par une variation spatiale sur la paroi, soit du flux de chaleur, soit de la température. C'est l'objet du travail décrit par Kakaç [23] qui analyse numériquement ce problème, pour un fluide incompressible s'écoulant entre deux plaques parallèles. Il tient compte de la distribution, le long d'une section, de la vitesse et de la diffusivité turbulente. Les réponses thermiques du système pour le cas de l'air (Pr = 0.73) et pour deux valeurs du nombre de Reynolds (9370 et 17100) ont été obtenues par un calculateur digital et présentées sous forme graphique. Les variations du nombre de Nusselt en fonction du temps et de l'espace sont également présentées.

-Pour des applications en énergie atomique, Kawamura présente quelques articles pour l'étude du transfert thermique [24-26] dans le cas du problème de l'écoulement turbulent dans un conduit annulaire. Dans tous ces articles, l'auteur tient compte des hypothèses classiques et suppose, dans un premier temps [24], que la chaleur générée dans la paroi chauffée est uniforme et croît pas à pas en fonction du temps. Le coefficient de friction est calculé à partir de l'équation de mouvement et le problème thermique, tenant compte de la distribution de vitesse, est analysé numériquement, alors qu'une expression analytique est recherchée dans le cas de la conduction pure dans le fluide. Les effets des conditions d'écoulement, de la capacité thermique de paroi et de la chaleur générée à l'instant initial, sont présentés et comparés avec un modèle quasi-statique prenant en compte un coefficient de transfert constant.

--Dans un second article [25], Kawamura analyse le même type de problème en tenant compte de la résistance thermique de la paroi interne. Les équations de conduction thermique transitoire dans la paroi et le fluide sont résolues simultanément par la technique de la transformation de Laplace et les résultats sont comparés à ceux obtenus numériquement en tenant compte uniquement du terme convectif dans le fluide. La comparaison est effectuée sur la base de termes de groupes adimensionnels faisant intervenir les propriétés physiques du système, le coefficient de transfert stationnaire et le temps. Une étude du temps requis pour atteindre l'état stationnaire, pour la température de paroi, est présentée dans les cas suivants:

(a) bilan d'énergie dans la paroi dominante,

(b) conduction thermique, de la paroi chauffée. dominante.

(c) variation du coefficient de transfert de chaleur transitoire dominante.

Les conditions de validité de l'hypothèse quasistatique sont également discutées dans le cas d'un fluide gazeux ou liquide. Il conclut leur validité pour le gaz et leur non validité dans le cas d'un liquide et une capacité calorifique de paroi très faible.

—Toujours dans le cadre des applications nucléaires, Kawamura [26] s'est investi expérimentalement et analytiquement dans l'étude, en régime transitoire, du coefficient de transfert de la chaleur. Il s'agit du problème thermique d'un écoulement turbulent d'eau, dans une conduite cylindrique, réchauffée par échelons dans le temps. Dans cet article l'auteur montre que l'existence d'une puissance initiale non nulle explique l'apparition d'un maximum pour le coefficient de transfert qui survient avec l'augmentation échelonnée du chauffage. Des corrélations du coefficient de transfert et de la température de paroi sont exprimées en fonction de nombres sans dimensions, pour différents diamètres du tube et épaisseurs de paroi.

-Les accidents dans les réacteurs nucléaires provoquent souvent des perturbations dans le bilan énergétique et des fuites thermiques qui peuvent induire des variations importantes des gradients de températures et des flux de chaleur. Ce problème est posé par Kataoka [27] qui considère le cas d'une plaque plane parcourue par un fluide en écoulement laminaire ou turbulent. Il propose alors une analyse du problème du transfert de chaleur, en convection forcée transitoire, en utilisant une approximation de couche limite basée sur la méthode intégrale. Plusieurs travaux sont cités dans cet article concernant le problème thermique transitoire d'un écoulement sur une plaque plane soumise, soit à un échelon de température, soit à un échelon de flux. L'originalité du travail décrit ici réside dans la variation, temporelle croissante de flux, de type exponentiel. Dans ce cas, des corrélations analytiques concernant le coefficient de transfert de chaleur transitoire sont obtenues pour une large gamme de valeurs du nombre de Prandtl. Ces résultats montrent que son évolution suit celle du flux de chaleur et dépend du taux de croissance de celui-ci. Dans tous les cas analysés, l'auteur présente les variations du rapport des coefficients de transfert stationnaire et asymptotique (pour un temps suffisamment grand) et en déduit des corrélations, en termes de paramètres adimensionnés.

Dans le cas où le régime transitoire est provoqué à partir des conditions d'entrée du fluide, nous avons retenu les travaux suivants :

--Kardas [13] étudie le transfert de chaleur pour un écoulement fluide entre deux plaques parallèles dont la température d'entrée varie avec le temps. Il présente une solution analytique dans le cas d'un générateur unidirectionnel. L'étude des effets de la régénération à une distance arbitraire sur le canal, définis en terme de groupe adimensionnel et calculés pour une large gamme de valeurs des paramètres du système, constitue l'essentiel de ce travail.

-Dans un réacteur nucléaire, se pose souvent le problème du refroidissement rapide des écoulements fluides et, dans ce cas, une étude très fine en régime transitoire s'impose. Kawamura [28] simule ce problème par un écoulement transitoire turbulent dans un tube circulaire soumis à un échelon du gradient de pression. Il suppose la capacité thermique de paroi finie et la distribution de température à l'intérieur de la paroi négligeable. Il résout numériquement par une méthode implicite le système d'équations bidimensionnelles traduisant la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie en régime transitoire. Parallèlement, il étudie le cas d'un modèle quasi-statique équivalent, faisant intervenir des coefficients de friction et de transfert de chaleur constants. Les variations transitoires, de la vitesse, de l'écart de température paroi-fluide, du facteur de friction et du coefficient de transfert sont présentées pour un échelon, positif ou négatif, du gradient de pression. Ces résultats sont comparés à ceux obtenus avec le modèle quasi-statique pour d'autres nombres de Reynolds et plusieurs valeurs de la capacité calorifique de la paroi. Une analyse de l'hypothèse de validité du problème quasi-statique est discutée et montre qu'elle est relativement justifiable en régime hydraulique ou thermique accéléré.

Le travail que nous présentons se situe dans la catégorie où le régime instationnaire est déclenché à partir des conditions de paroi; il traite donc un problème d'écoulement fluide, en convection forcée laminaire ou turbulent entre deux plaques parallèles, soumis à une condition de flux thermique sur sa partie supérieure Fig. 1. Les transferts d'énergie par rayonnement, conduction et convection sont pris en considération et le profil de température est calculé en tout point du canal. Le coefficient de transfert métal-fluide est ensuite déterminé à tout instant le long de l'écoulement à l'aide d'une équation de bilan établie sur la plaque du haut, faisant appel à la notion de moyenne spatiale de la température. On compare alors les résultats obtenus à ceux d'un modèle quasi-statique ou simplifié, noté MS, faisant intervenir un coefficient Hde transfert métal-fluide, utilisé de façon classique. On évalue également le module de la fonction de transfert relative à la température de surface du métal supérieur, vis-à-vis d'une variation harmonique du flux thermique imposé sur cette face : cette fonction exprime le rapport de l'amplitude de variation de la grandeur physique calculée à celle de la perturbation. Enfin, une mesure expérimentale permet de confirmer la nécessité d'utiliser un coefficient de transfert H variable dans le temps et l'espace, dépendant de la pulsation du flux imposé, du moins dans une certaine gamme de valeurs du nombre de Reynolds, et de la valeur de la pulsation de la perturbation.

## 2. FORMULATION DU PROBLEME

Nous considérons le cas d'un écoulement fluide en convection forcée laminaire ou turbulent entre deux plaques parallèles; la plaque supérieure est soumise à une condition de flux instationnaire, la plaque inférieure étant isolée. Les propriétés physiques des deux plaques sont supposées identiques.

#### 2.1. Hypothèses

Les hypothèses suivantes ont été prises en compte :

---d'un point de vue hydrodynamique l'écoulement est supposé entièrement développé et stationnaire,

—le fluide est incompressible et ses propriétés physiques sont invariantes avec la température,

---le gradient de pression est négligeable dans le conduit.

-les conductions axiales dans le fluide et le métal sont négligeables,

—la dissipation d'énergie le long de l'écoulement est négligeable,

—les échanges radiatifs entre parois à travers le fluide sont négligeables.

### 2.2. Equations de bilan et conditions aux limites

2.2.1. Equations de bilan. En se situant à la distance y de l'entrée du canal, les équations de bilan thermique en régime transitoire s'écrivent pour chaque zone du canal :

-dans les parois solides ou métalliques (zones 1 et 3):

$$\partial T(x, y, t)/\partial t = a_{\rm m} \partial^2 T(x, y, t)/\partial x^2;$$

----dans le fluide (zone 2) : pour le régime laminaire

$$\partial T(x, y, t)/\partial t + V(x) \partial T(x, y, t)/\partial y = a_f \partial^2 T(x, y, t)/\partial x^2;$$

pour le régime turbulent

$$\partial T(x, y, t)/\partial t + V(x) \partial T(x, y, t)/\partial y$$

$$= \partial/\partial x [(a_{\rm f} + \varepsilon_{\rm h}(x)) \partial T(x, y, t)/\partial x];$$

-dans l'isolant (zone 4):

$$\hat{c}T(x,y,t)/\hat{c}t = a_1 \hat{c}^2 T(x,y,t)/\hat{c}x^2.$$

V(x) représente le profil de vitesse au sein du fluide,



FIG. 1. Situation expérimentale, définition de la géométrie du canal.

que l'on peut envisager uniforme ou parabolique dans le cas laminaire.

Dans le cas turbulent, les profils de vitesse V(x) et de diffusivité thermique  $\varepsilon_h(x)$  ont été choisis selon le modèle de Deissler [29].

Le profil de température le long d'une section du canal sera donc composé par l'ensemble des profils de température pour les zones 1-4.

2.2.2. Conditions aux limites.

(a) Conditions aux limites suivant X.

*—Milieu extérieur-paroi supérieure.* 

La paroi métallique supérieure est soumise à une condition de flux dépendante du temps et uniforme le long de la direction de l'écoulement. Il s'agit d'une condition de flux "généralisée" qui, d'un point de vue physique, fait intervenir différents modes de transfert de chaleur (rayonnement, convection et conduction) et d'un point de vue mathématique, se présente comme une combinaison linéaire des conditions aux limites classiquement utilisées. Les perturbations étudiées lors de ce travail sont, soit de type échelon de flux, soit de type harmonique. On peut alors exprimer la condition à la limite pour x = 0, sur la plaque supérieure, rapportée à l'unité de surface, par :

$$\begin{aligned} \chi E(t) + \sigma \varepsilon_{\rm E} T_{\rm E}^4 - \sigma \varepsilon T^4(0, y, t) \\ &\quad - H_c(T(0, y, t) - T_{\rm a}) - \lambda_m \, \hat{c} T(x, y, t) / \hat{c} x]_x = 0 \end{aligned}$$

où :

 $-\alpha E(t)$  est la puissance incidente absorbée par le métal sur une profondeur de pénétration négligeable.

 $-\sigma \alpha_E T_E^4$  est la puissance incidente absorbée, issue d'un environnement se comportant comme le corps noir à la température  $T_E$ .

 $-\sigma \varepsilon T^4(0, y, t)$  est le terme de pertes radiatives du métal.

 $-H_{\rm e}(T(0, y, t) - T_{\rm a})$  est le terme de perte convec-

tive, en supposant que la température de référence est la température ambiante.

 $-\lambda_m \partial T(x, y, t)/\partial x|_{x=0}$  est le flux transféré par conduction vers l'intérieur du métal supérieur, dans le sens positif de l'axe des x.

—Interfaces métal supérieur-fluide et fluide-métal inférieur.

On utilise ici une condition de conservation des températures et des flux aux interfaces (condition dite du 4 ème type).

-Interface métal inférieur-isolant.

On exprime ici une condition d'égalité des flux et des températures.

-Isolant-milieu extérieur.

Les pertes de l'isolant vers le milieu extérieur se traduisent par une condition de type mixte (dite de 3 ème type) qui peut se ramener à une condition de type Dirichlet si la zone 4 possède une faible conductivité thermique ou une condition de type Neumann si les pertes sont faibles.

(b) Conditions aux limites suivant y.

$$T(x, 0, t) = T_{x}(x).$$

(c) Condition initiale.

$$T(x, y, 0) = T_0$$

En règle générale nous avons pris :

$$T_{\rm e}(x) = T_{\rm E} = T_0 = T_{\rm a}.$$

## 3. METHODE NUMERIQUE DE RESOLUTION

Le système d'équations décrit ci-dessus, muni de ses conditions aux limites (le modèle est noté MD), est résolu par une méthode implicite aux différences finies du type Crank–Nicolson. Les termes d'advection et conduction sont approximés par un schéma centré. Le terme de stockage est approximé par un schéma aux différences retardé; cette formulation implicite suppose la résolution simultanée d'un certain nombre d'équations qui se présentent sous une forme tridiagonale et que nous avons résolu à l'aide d'un algorithme approprié.

Nous avions donc à résoudre, à chaque pas de temps  $\Delta t$  et d'espace  $\Delta y$ , le système matriciel suivant :

$$A_{j}^{n+1}T_{j}^{n+1} = B_{j}^{n}T_{j}^{n} + S_{j}^{n}$$

où A et B sont des matrices tridiagonales et S un vecteur source dépendant de la température et du flux imposé sur la plaque supérieure ainsi que des conditions d'entrée du fluide (température et vitesse d'entrée) correspondant à la position j et à l'instant n.

Le calcul du champ de température le long du canal est obtenu à l'aide d'un calcul récurrent en respectant la relation de chaînage suivante :

$$T_{sj}^{n+1} = 2T_j^{n+1} + T_{ej}^{n+1}$$

où  $T_{sj}$  et  $T_{ej}$  désignent respectivement les températures de sortie et d'entrée d'un élément de longueur  $\Delta y$ , situé à la position *j*.

# 4. DETERMINATION DU COEFFICIENT DE TRANSFERT *H*

L'expression du coefficient de transfert est déterminée à partir d'une équation de bilan établie sur la paroi métallique supérieure; celle-ci s'écrit :

$$H(y,t) = \frac{\alpha E(y,t) + \sigma(\alpha_{\rm E} T_{\rm E}^4 - \varepsilon_1 T^4(0,y,t))}{-H_{\rm c}(T(0,y,t) - T_{\rm a}) - M_{\rm m} C_{\rm m}} \frac{\partial \overline{T_{\rm m}(y,t)}}{\partial t}}{\partial t}$$
(2)

où T(0, y, t) représente la température superficielle du métal; les températures moyennes du métal et du fluide sont définies par:

$$\overline{T_{m1}}(y,t) = \frac{1}{e_m} \int_0^{e_m} T_{m1}(x,y,t) \, \mathrm{d}x \quad \text{et}$$
$$\overline{T_f}(y,t) = \frac{1}{V_m e_f} \int_{e_m}^{e_m + e_f} T(x,y,t) V(x) \, \mathrm{d}x \quad (3)$$

avec:

$$V_{\rm m} = \frac{1}{e_{\rm f}} \int_{e_{\rm m}}^{e_{\rm m}+e_{\rm f}} V(x) \,\mathrm{d}x$$

La connaissance des paramètres physiques du système, et des températures  $T_{m1}$ , de  $T_{f}$  et de T(0, y, t), calculées à partir du modèle (MD), permet la détermination du coefficient de transfert H et ceci en fonction de y et de t.

Notons à ce propos que la notion de moyenne utilisée pour les températures, en particulier celle du fluide, peut avoir une influence sur la valeur du coefficient de transfert. Une comparaison des différentes définitions recontrées dans la littérature est présentée dans la référence [30].

# 5. MODELE QUASI-STATIQUE (OU MODELE SIMPLIFIE (MS))

Le coefficient de transfert étant déterminé, nous pouvons reprendre le problème précédent sous une forme plus simple où la plaque supérieure, le fluide, la plaque inférieure et l'isolant, sont respectivement représentés par une seule température  $T_{m1}$ ,  $T_{f}$ ,  $T_{m2}$ ,  $T_{i}$ .

Un bilan énergétique établi sur un élément de longueur  $\Delta y$  et de largeur unité, conduit au système suivant :

$$M_{\rm m}C_{\rm m} \, \hat{c} T_{\rm m1}/\hat{c}t = \alpha E(y,t) + \alpha_{\rm E}\sigma T_{\rm E}^{4}$$
$$-\varepsilon_{\rm I}\sigma T_{\rm m1}^{4} - H_{\rm c}(T_{\rm m1} - T_{\rm a}) - H(T_{\rm m1} - T_{\rm f})$$
$$MC \, \hat{c} T_{\rm f}/\hat{c}t = H(T_{\rm m1} + T_{\rm f}) - M'C(T_{\rm s} - T_{\rm c})$$
$$-H'(T_{\rm f} - T_{\rm m2})$$
$$M_{\rm m}C_{\rm m} \, \hat{c} T_{\rm m2}/\hat{c}t + M_{\rm I}C_{\rm I} \, \hat{c} T_{\rm I}/\hat{c}t = H'(T_{\rm f} - T_{\rm m2})$$
$$-\lambda_{\rm i}(T_{\rm m2} - T_{\rm a})/e_{\rm I}$$

où :  $T_{m1}$ ,  $T_f$ ,  $T_{m2}$ ,  $T_i$  dépendent de la position y et du temps;  $T_s$  et  $T_e$  sont respectivement les températures de sortie et d'entrée de l'élément fluide de longueur  $\Delta y$ . H et H' sont respectivement les coefficients d'échange entre la paroi supérieure et le fluide et la paroi inférieure et le fluide.

Par ailleurs, on approxime la température de l'isolant par:

$$T_{\rm i} = (T_{\rm m2} + T_{\rm a})/2.$$

Ce système d'équations est résolu de la même manière que le système discrétisé (MD). Ainsi, les valeurs du coefficient de transfert H calculées, au préalable, par le système (MD) peuvent être introduites dans le modèle simplifié (MS), à n'importe quelle position yet à tout instant t.

A ce propos, plusieurs possibilités sont offertes quant-au fonctionnement de ce modèle vis-à-vis de la notion de coefficient de transfert utilisé [30], en particulier en ce qui concerne H'.

#### 6. RESULTATS NUMERIQUES

6.1. *Régime stationnaire* 

La validation du modèle a été effectuée dans les conditions suivantes :

--flux imposé stationnaire :  $E = 30 \text{ kW m}^{-2}$ ,

—vitesse moyenne du fluide:  $V_m = 0.1 \text{ m s}^{-1}$ , soit un nombre de Reynolds de 700,

—nombre de Prandtl : Pr = 7,

—épaisseurs respectives du métal  $e_m = 0.5$  mm, du fluide  $e_f = 4$  mm et de l'isolant  $e_i = 30$  mm,

---conductivité thermique des plaques métalliques :  $\lambda_m = 50 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .



FIG. 2(a). Comparaíson des résultats du modèle numérique MD avec la bibliographie : cas du régime laminaire avec un profil de vitesse parabolique.



FIG. 2(b). Comparaison des résultats du modèle numérique MD avec la bibliographie : cas du régime turbulent.

	Re = 9370	Re = 17100
Kakaç		Δ
Présents calculs	0	٠
Présents calculs	0	•

Ainsi, nous présentons sur la Fig. 2(a) une comparaison entre les résultats obtenus et ceux de la référence [31], pour le nombre de Nusselt à l'état stationnaire, en fonction de la grandeur adimensionnée selon le nombre de Graetz  $y^+ = y/D_h Pe (D_h = 2e_f, Pe = Re Pr)$ .

Les nombres de Nusselt, en régime turbulent, ont été calculés pour deux nombres de Reynolds (9370 et 17100), en fonction de la grandeur adimensionnée  $y' = y_i D_h$  et comparés avec ceux publiés par Kakaç [23] dans les mêmes conditions (Fig. 2(b)). Nous faisons apparaître également, sur cette dernière figure, les nombres de Nusselt obéissant à une loi du type Colburn [31].

Suivant les auteurs et la nature de l'étude effectuée (théorique, numérique ou expérimentale), les résultats obtenus pour le nombre de Nusselt peuvent être le siège d'une dispersion assez importante [32]; cette dispersion dépend du nombre de Prandtl.

# 6.2. Régime instationnaire

6.2.1. Validation de la notion de coefficient de transfert H. Le régime transitoire est provoqué à partir d'une variation, dans le temps, de la condition de flux



FIG. 3. Bilan énergétique au sein du fluide. Re = 500; y = 0.5m; Pr = 10; régime laminaire, profil de vitesse parabolique. Comparaison des grandeurs énergétiques  $E_t$  et  $E_t + E_s$ .

imposée sur la face supérieure du métal. Celle-ci peut être de type échelon ou de type harmonique. Pour aborder l'étude du coefficient de transfert et des grandeurs correspondantes, nous avons d'abord analysé le comportement du bilan énérgétique global, au cours du temps, de l'ensemble des éléments du canal. Ce bilan d'énergie est aussi un paramètre de contrôle du phénomène transitoire et de la validité du calcul numérique [30].

Les résultats de la Fig. 3 permettent de comparer l'énergie  $E_t$  transférée au fluide, à travers la paroi, à l'énergie totale  $(E_t + E_s)$  mise en jeu par ce fluide.

On traduit donc correctement le comportement transitoire en assurant l'équilibre du bilan énergétique au sein de la veine fluide.

6.2.2. *Perturbation de type échelon de flux*. L'état initial correspond à un flux nul et l'état final à un flux de 30 kW.

$$E(t) = E_0 = 30 \text{ kW} \quad \text{pour} \quad 0 \le t \le T$$
$$E(t) = 0 \qquad \qquad \text{pour} \quad t < 0.$$

--- Températures moyennes du métal, du fluide et coefficient de transfert.

A titre d'exemple, nous présentons respectivement, sur les Figs. 4 et 5, les évolutions transitoires des



FIG. 4. Variation transitoire des températures  $T_m$  et  $T_c$  (exprimées en K) pour trois positions sur le canal. Re = 500; Pr = 10. (a) y = 0.25 m; (b) y = 0.5 m; (c) y = 2 m.



FIG. 5. Variation transitoire du coefficient de transfert (exprimé en W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>) pour les trois positions définies Fig. 4. Re = 500; Pr = 10; (L), (P).



FIG. 6. Comparaison des modéles (MD) et (MS). Régime laminaire, profil de vitesse uniforme (U), Re = 500, y = 0.5 m.



FIG. 7. Même comparaison que dans le cas de la Fig. 6 avec un profil de vitesse parabolique (P). Pour le fluide, les courbes, compte tenu des échelles choisies, sont confondues.

températures  $T_m$  et  $T_f$  et du coefficient de transfert Hpour trois positions sur le canal (y = 0.25; 0,5 et 2 m). A partir de ces courbes, nous pouvons estimer le temps de réponse de l'ensemble du système (temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire); pour le cas étudié, il est d'environ 15 s pour la position y = 0.25 m et 30 s pour la position y = 0.5 m.

-Comparaison des modèles MD et MS et évaluation des constantes de temps.

Sur les Figs. 6 et 7, nous présentons l'évolution des



FIG. 8. Comparaison, en régime sinusoïdal (pulsation de 0,5 rad s<sup>-1</sup>), des modèles (MD) et (MS). Régime laminaire, Re = 500; Pr = 10; y = 0.5 m; profil de vitesse uniforme (U). Modèle (MS) calculé avec H = 500 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>.

températures moyennes du métal et du fluide dans les cas d'un écoulement à profil de vitesse uniforme et parabolique (régime laminaire). Trois calculs ont été effectués par le modèle simplifié suivant que le coefficient de transfert est :

- (a) constant,
- (b) dépendant de y,
- (c) dépendant de y et du temps.

Nous constatons que la différence entre les deux premiers cas est faible, mais les courbes obtenues pour les températures de la paroi et du fluide s'écartent de celles calculées directement avec le modèle discrétisé; celles obtenues, en utilisant les variations spatio-temporelles de H, semblent être en bon acord, en particulier, pour la température de la paroi supérieure et ceci pendant le régime transitoire.

Pour la suite de cet article, la comparaison entre ces deux modèles sera essentiellement analysée dans le cas le plus défavorable c'est à dire un fonctionnement avec un coefficient de transfert stationnaire ce qui donne l'écart maximum entre les deux approches.

On peut ainsi noter la rapidité d'évolution du modèle simplifié par rapport au modèle discrétisé; les deux tableaux présentés en annexe résument les temps de réponse évalués aux 3/4 de la valeur stationnaire de la température réduite  $T_m^r$  définie par l'expression suivante :

$$T_{\rm m}^{\rm r}(t) = (T_{\rm m1}(t) - T_{\rm E})/(T_{\rm m1}(\infty) - T_{\rm E}).$$

L'ensemble de ces résultats montre que les écarts se réduisent lorsque le nombre de Reynolds augmente.

6.2.3. Perturbation de type harmonique.

Comparaison (MD), (MS).

Il s'agit d'appliquer une perturbation de flux de nature sinusoïdale sur la paroi supérieure de la forme suivante:

$$E(t) = E_0[1 + \beta \cos(\omega t + \phi)]$$

avec  $\omega = 2\pi f$ , f étant la fréquence et  $\beta$  un paramètre compris entre 0 et 1.

Dans ces conditions, on présente, en régime laminaire, sur la Fig. 8 avec H = 500 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>, les



FIG. 9. Comparaison, en régime sinusoïdal (pulsation de 10 rad  $s^{-1}$ ), des modèles (MD) et (MS). Régime turbulent (T),  $Re = 22\,000$ ; Pr = 10; y = 2 m. Modèle (MS) calculé avec trois possibilités pour *H*.

températures moyennes du fluide et de la paroi ( $\omega = 0.5$  rad s<sup>-1</sup>), calculées avec les deux modèles. On peut conclure que la valeur de la constante utilisée pour *H* joue un rôle sur la variation d'amplitude et aussi sur la valeur de la composante continue de la température du métal 1; la sensibilité sur l'amplitude, pour le fluide, est moins grande. Pour le régime turbulent, on doit se reporter à la Fig. 9 pour  $T_m$  et à la Fig. 10 pour  $T_f$ ; dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser une pulsation élevée (10 rad s<sup>-1</sup>) pour mettre en évidence des écarts notables entre les deux modèles.

--Module de la fonction de transfert [(MD), (MS)]. Le module de la fonction de transfert du système, relative à une grandeur physique G, est défini comme

relative a une grandeur physique G, est defini comme étant le rapport des variations de son amplitude, en régime sinusoïdal établi, à celles de la grandeur perturbée à l'entrée du système, soit :

avec

$$|F| = \Delta G / \Delta E$$
  
 $\Delta G = G_{\text{max}} - G_{\text{min}}$ 

et

$$\Delta E = E_{\rm max} - E_{\rm min}$$



FIG. 10. Réponse de la température du fluide dans les mêmes conditions que la Fig. 9.



FIG. 11. Comparaison des fonctions de transfert obtenues avec les modèles (MD) et (MS). Régime laminaire, Re =792; Pr = 10; y = 0.5 m; profil de vitesse parabolique (P).

Le rapport  $\Delta G \ \Delta E$  sera dans la suite appelé par extension "fonction de transfert" et noté F; elle peut être affectée, à la température du métal  $F_m$ , à la température du fluide  $F_r$ , ou au coefficient de transfert  $F_{\rm H}$ .

Pour ce qui concerne la comparaison des modèles (MD) et (MS), nous présentons, en régime laminaire sur la Fig. 11 (vitesse parabolique), pour un nombre de Reynolds de 594, les courbes de variations de la fonction de transfert du métal et du fluide, en fonction de la pulsation  $\omega$ : de même, la Fig. 12 donne cette représentation en régime turbulent, le nombre de Reynolds étant égal à 22000.

La comparaison ainsi faite montre que l'écart entre les deux modèles est d'autant plus important que le nombre de Reynolds est faible et que la pulsation  $\omega$ est grande. Ce phénomène tient au fait que le modèle (MS) ne peut pas rendre compte de l'existence, dans le fluide, d'un profil de température qui est loin d'être linéaire. En fait, lorsque le nombre de Reynolds tend vers zéro, on doit retrouver un accord correct entre (MD) et (MS). Toutefois, ce cas pose des problèmes numériques et, par ailleurs, risque d'être physiquement faussé par l'apparition de phénomènes de convection naturelle. Afin de préciser cette notion



FIG. 12. Comparaison des fonctions de transfert dans le cas du régime turbulent :  $Re = 22\,000$  ; Pr = 10 ; v = 2 m.



FIG. 13. Comparaison entre les modèles (MD) et (MS) pour la température réduite de  $T_m$ . Régimes laminaire et turbulent.

"d'écart", nous présentons Fig. 13, pour la température du métal lors d'un échelon de flux, la différence [(MS)-(MD)], en fonction du temps. pendant le régime instationnaire; le nombre de Reynolds varie entre 100 et 22 036. Cette figure montre par exemple que l'écart est inférieur à 5%, au maximum, dès que le nombre de Reynolds dépasse 7096; il peut atteindre environ 25% si Re = 100.

Pour ce qui concerne la température du fluide, quelle que soit la nature du régime d'écoulement, un écart et un déphasage subsisteront toujours, mais seront d'autant plus importants que la fréquence est grande et le nombre de Reynolds faible. Cet écart n'est pas forcément caractérisé par l'analyse fréquentielle uniquement mais peut se manifester au niveau de la composante continue des températures.

## 7. VERIFICATION EXPERIMENTALE

La fonction de transfert relative à la température de surface du métal a été mesurée sur un canal rectangulaire [33]; la face supérieure est constituée d'une feuille d'acier inoxydable de 0,7 mm d'épaisseur, les faces inférieure et latérales étant en polycarbonate épais réalisant une isolation correcte. Dans ces conditions, la fonction E(t) est obtenue grâce à une alimentation de puissance, pilotée par un générateur de fonction sinusoïdale T.B.F., connectée aux bornes de la feuille d'acier; notons d'une part, que l'écoulement est préalablement établi avant d'aborder la zone à flux de chaleur imposé ou thermique stimulé et d'autre part, que la borne électrique située à l'entrée du fluide est refroidie de façon à éviter toute dérive de la température à cet endroit et ainsi assurer la condition :

$$T(x,0,t) = T_{\rm e}(x) = T_{\rm a}$$

La température de surface, en tous les points de la feuille métallique, est mesurée à l'aide d'un dispositif de thermographie infrarouge A.G.A. 780 utilisé dans la bande de longueur d'onde S.W.  $(3.5 \text{ à } 5 \ \mu\text{m})$ . Afin d'augmenter la sensibilité, un revêtement noir recouvre la face supérieure de la feuille d'acier. Il est



FIG. 14. Comparaison des fonctions de transfert (MD), (MS), (EXP). Régime laminaire, Re = 600; Pr = 6,7; y = 0,6 m.

alors possible d'apprécier le 1/10 ème de degré. On utilise un miroir de renvoi à 45 degrés pour que canal et caméra soient dans des positions normales de fonctionnement. L'ouverture de l'objectif étant 7<sup>°</sup>, le champ visé correspond à environ 50 cm selon l'axe y du conduit, distance pour laquelle on dispose de 128 "points de mesure". Les données sont stockées, en temps réel, sur l'unité de disque d'un micro-ordinateur HP1000 F et ceci suivant une vitesse pouvant atteindre 25 trames par seconde. Le nombre de trames stockées étant limité à 200, la vitesse d'acquisition est choisie en fonction de la fréquence du générateur T.B.F. Un traitement permet ensuite de connaître l'amplitude de variation de la température de surface du métal et par suite celle du fluide.

Pour l'expérience décrite, le fluide choisi est de l'eau; le domaine de variation de la fréquence du générateur T.B.F. est compris entre 0.05 et 0.5 Hz. La puissance électrique maximale est environ 4500 W m<sup>-2</sup>, le minimum étant nul. Dans ces conditions, en un point situé à 30 cm de l'entrée thermique du canal, pris pour origine, on peut mesurer des amplitudes de températures comprises entre 4 et 0,5 degrés, lorsque la fréquence varie.

La Fig. 14 donne les courbes théoriques obtenues avec le modèle (MD) et avec le modèle (MS) pour lequel on a choisi un coefficient de transfert Hconstant, quelle que soit la fréquence. égal à celui calculé pour le régime stationnaire. On a également représenté la courbe expérimentale correspondante à la distance y = 0.5 m mesurée sur l'axe du canal (distance prise en compte dans l'évaluation numérique).

# 8. CONCLUSION

A travers cette étude, on peut présenter le résumé suivant :

-L'utilisation d'un coefficient de transfert H constant ne peut rapprocher le modèle simplifié du modèle discrétisé. Les écarts pour les températures moyennes du métal et du fluide sont toujours présents.

-L'utilisation d'un coefficient de transfert variable

en fonction de y seulement ne fait que réduire cet écart.

---L'utilisation d'un coefficient de transfert variable en fonction de v, de t et de  $\omega$  rapproche les températures du métal et non celles du fluide qui présentent un écart constant au cours du temps. Par ailleurs, la prise en considération de y et de t, au niveau du coefficient de transfert, fait perdre de son intérêt à l'utilisation de cette notion, sauf dans le cas où l'on pourrait disposer de corrélations en fonction du temps et de la pulsation; ceci semble difficile à mettre en œuvre, car ces corrélations seraient directement liées aux conditions de traitement du problème. Enfin, l'utilisation du modèle simplifié, même dans le cas où le coefficient H est correctement évalué en fonction de r et t, ne permet pas de traduire complètement les évolutions temporelles des températures. Ceci est une limitation fondamentale d'un tel modèle quelles que soient les conditions aux limites thermiques imposées sur les deux parois. Il faut souligner aussi que l'utilisation de la notion de coefficient de transfert ne peut être rigoureuse qu'en régime stationnaire. L'extension de cette utilisation doit, comme on vient de l'examiner, être considérée avec précaution.

Sur le plan expérimental [30], nous avons limité cette étude au cas d'un écoulement laminaire et ceci afin de choisir, dans le cas le plus défavorable, entre les deux types de modélisations; l'extension aux cas des régimes turbulents ne présente aucune difficulté majeure.

Nous avons montré donc qu'en régime laminaire instationnaire, le coefficient de transfert H pouvait pendre des valeurs très différentes de celles habituellement utilisées, correspondant au régime statique.

Ces considérations nous conduisent à la conclusion suivante :

-En régime laminaire, l'utilisation d'un modèle quasi-statique doit nécessairement passer par une identification correcte des coefficients de transfert; celle-ci ne peut être obtenue que par une étude plus fine du problème envisagé.

-- En régime turbulent, et à travers cette étude, nous pouvons confirmer la validation du modèle simplifié en régime instationnaire lorsqu'on suppose la notion de transfert paroi-fluide stationnaire; cette conclusion est à prendre en compte dans une gamme de fréquence pas trop élevée et dans le cas de perturbation de flux appliqué n'affectant pas le champ dynamique dans le temps.

#### REFERENCES

- R. K. Shah and A. L. London, Laminar flow convection in ducts. In *Advances in Heat Transfer*, Supp. 1. Academic Press, New York (1978).
- J. M. Rizika, Thermal lags in flowing systems containing heat capacitors, *Trans. ASME* 76, 411 (1954).
- J. M. Rizika, Thermal lags in flowing incompressible fluid systems containing heat capacitors, *Trans. ASME* 78, 1407 (1956).

- 4. G. M. Dusinberre, Calculation of transient temperature in pipes and heat exchangers by numerical methods. *Trans. ASME* 76, 421 (1954).
- J. A. Clark, V. S. Arpaci and K. M. Treadwell, Dynamic response of heat exchangers having internal heat sources—1, *Trans. ASME* 80, 612 (1958).
- V. S. Arpaci and J. A. Clark, Dynamic response of heat exchangers having internal heat sources—2, *Trans.* ASME 80, 625 (1958).
- V. S. Arpaci and J. A. Clark, Dynamic response of heat exchangers having internal heat sources—3. *Trans.* ASME, J. Heat Transfer 81C, 253 (1959).
- R. Siegel and E. M. Sparrow, Transient heat transfer for laminar forced convection in the thermal entrance region of flat ducts, *Trans. ASME*, *J. Heat Transfer* 81C, 29 (1959).
- R. Siegel, Transient heat transfer for laminar slug flow in ducts, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.* 81E, 140 (1959).
- R. Siegel, Heat transfer for laminar flow in ducts with arbitrary time variations in wall temperature. J. Appl. Mech. 82E, 24 (1960).
- M. Perlmuter and R. Siegel, Unsteady laminar flow in a duct with unsteady heat addition, *Trans. ASME*, J. *Heat Transfer* 83C, 432 (1961).
- F. W. Schmidt and J. Szego, Transient response of solid sensible heat thermal storage units—single fluid, J. Heat Transfer 471-477 (August 1976).
- A. Kardas, On a problem in the theory of unidirectional regenerator. Int. J. Heat Mass Transfer 9, 567 (1966).
- B. Fourcher et C. Saint-Blanquet, Fonction de transfert d'un élément de stockage par chaleur sensible fonctionnant en régime périodique, *Int. J. Heat Mass Transfer* 23, 1251–1262 (1980).
- M. T. Acker et B. Fourcher, Analyse en regime thermique périodique du couplage conduction convection entre un fluide en écoulement et une paroi de stockage, *Int. J. Heat Mass Transfer* 24, 1201–1210 (1981).
- S. Kakaç and Y. Yener, Exact solution of transient forced convection energy equation for timewise variation of inlet temperature. *Int. J. Heat Mass Transfer* 11, 2205 (1973).
- M. Perlmuter and R. Siegel, Two-dimensional unsteady incompressible laminar duct flow with a step change in wall temperature, *Int. J. Heat Mass Transfer* 3, 94 (1961).
- R. Siegel and M. Perlmuter, Laminar heat transfer in a channel with unsteady flow and wall heating varying with position and time, *Trans. ASME, J. Heat Transfer* 85C, 358 (1963).
- T. F. Lin, K. H. Hawks and W. Leidenfrost. Unsteady thermal entrance heat transfer in laminar pipe flows with step change in ambient temperature. *Wärme- und Stoffübertr.* 17, 125–132 (1983).
- E. M. Sparrow and R. Siegel, Unsteady turbulent heat transfer in tubes, *Trans. ASME* 82C(3), 170 (August 1960).
- E. M. Sparrow, T. M. Hallman and R. Siegel. Turbulent heat transfer in the thermal entrance region of a pipe with uniform heat flux, *Appl. Scient. Res.* 7A, 37-52 (1957).
- D. Gärtner, Instationärer Wärmeübergang bei Turbulenter Ringspaltstroming, Wärme- und Stoffübertr. 9, 179 (1976).
- 23. S. Kakaç, Transient turbulent flow in ducts. Wärme- und Stoffübertr. 1, 169–176 (1968).
- H. Kawamura. Transient heat transfer in an annulus: Part 1: heating element with a finite (nonzero) heat capacity and no thermal resistance. *Trans. J.S.M.E.* 39– 323, 2160–2193 (1073).
- H. Kawamura, Transient turbulent heat transfer in an annulus: Part 2: heating element with heat capacity and thermal resistance, *Trans. J.S.M.E.* 42–356, 1207–1214 (1976).
- H. Kawamura, Transient hydraulics and heat transfer in turbulent flow, Nucl. Technol. 30 (Sept. 1976).

- I. Kataoka, Analysis of transient forced convective heat transfer by boundary layer approximation, Technical Report of the Institute of Atomic Energy, Kyoto University, No. 197 (1983).
- H. Kawamura, Experimental and analytical study of transient heat transfer for turbulent flow in a circular tube, Int. J. Heat Mass Transfer 20, 443–450 (1977).
- R. G. Deissler, Analysis of turbulent heat transfer, mass transfer and friction in smooth tubes at high Prandtl and Schmidt numbers, N.A.C.A. Report, p. 1210 (1955).
- 30. S. Abboudi, Contribution à l'étude du transfert de chaleur, en régime instationnaire, entre parois et écoulement fluide en convection forcée, dans un conduit soumis à une condition de flux généralisée: approche numérique et détermination des coefficients de transfert "métalfluide" par thermographie infrarouge, Thèse d'Etat, Université d'Aix-Marseille 1 (mars 1988).
- 31. W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, Handbook of Heat Transfer. McGraw-Hill, New York (1973).
- 32. M. Huetz, Thermique: convection, Cours donné à l'Ecole Centrale de Paris (1988).
- 33. S. Abboudi, A. Ropke et F. Papini, Etude expérimentale du transfert thermique, en régime instationnaire, dans un conduit : mesure des coefficients de transfert métalfluide par thermographie infrarouge, *Revue Gén. Thermique* No. 32 (octobre 1988).

#### ANNEXE

Les deux tableaux suivants montrent les temps de réponse évalués aux 3/4 de la valeur stationnaire de la température réduite  $T_m^r$  de la plaque supérieure défine par l'expression suivante :

$$T_{\rm m}^{\rm r}(t) = (T_{\rm m1}(t) - T_{\rm E})/(T_{\rm m1}(\infty) - T_{\rm E}).$$

(a) Cas du régime laminaire pour une distance y = 0.5 m :

temps (3/4)			
Re	(MS)	(MD)	
100	25 s	38 s	
500	8 s	13 s	
1000	6 s	10 s	
4000	4 s	5 s	

(b) Cas du régime turbulent pour une distance y = 2 m:

 temps (3/4)

 Re
 (MS)
 (MD)

 7096
 1.8 s
 2 s

 22 036
 0,75 s
 0,77 s

 38 444
 0,47 s
 0,47 s

## NUMERICAL STUDY OF 'METAL-FLUID' THERMAL TRANSFER IN A RECTANGULAR DUCT UNDER NON-STATIONARY CONDITIONS

Numerical results of the determination, by the finite difference method, of the temperature profile in a parallel plates duct containing an incompressible laminar or turbulent fluid in forced convection is presented. Different heat transfer conditions are considered as well as a time-dependent heat flux condition on the top metal plate. The coupling between conduction and convection is carried by the 'solid-fluid' interface. The heat transfer coefficient between plate and fluid is found at each point and time by a heat balance equation on the top plate. The results are compared with those found employing a simplified model MS and proved by the infra-red thermography results.

## NUMERISCHE UNTERSUCHUNG DES WÄRMETRANSPORTS AN DER GRENZFLÄCHE "METALL-FLÜSSIGKEIT" IN EINEM RECHTECKIGEN KANAL UNTER INSTATIONÄREN BEDINGUNGEN

Zusammenfassung—Das Temperaturprofil in einem Kanal aus parallelen Platten wird mit Hilfe der Finite-Differenzen-Methode numerisch untersucht. Für die laminare und turbulente erzwungene Konvektion eines inkompressiblen Mediums werden verschiedene Wärmeübergangsbedingungen und ein zeitabhängiger Wärmestrom an der Deckplatte betrachtet. Die Kopplung zwischen Wärmeleitung und Konvektion wird dabei durch eine "fest-flüssig"-Schnittstelle berücksichtigt. Der Wärmeübergangskoeffizient zwischen Platte und Fluid wird für jeden Ort und jeden Zeitpunkt durch eine Wärmebilanz an der Deckplatte bestimmt. Die Ergebnisse werden mit einem einfacheren Modell verglichen und mit Hilfe der Infrarot-Thermographie überprüft.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА ОТ МЕТАЛЛА К ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

Аннотация Приводятся численные результаты определения конечно-разностным методом температурного профиля в плоскопараллельном канале, в котором происходит вынужденноконвективное ламинарное или турбулентное течение несжимаемой жидкости. Рассматриваются различные условия теплопереноса, в частности, условие нестационарного теплового потока на верхней металлической пластине. Взаимосвязь между теплопроводностью и конвекцией осуществляется на границе раздела твердого тела и жидкости. С использованием уравнения теплового баланса на верхней пластине найден коэффициент теплообмена между пластиной и жидкостью в каждой точке в разное время. Результаты сравниваются с данными, которые получены с помощью упрощенной модели MS, и подтверждаются данными инфракрасного тепловизора.